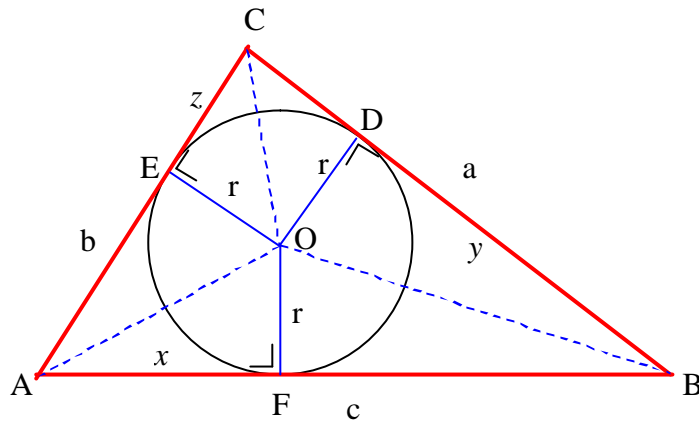


Panjang Jari-jari Lingkaran Dalam Segitiga



Perhatikan gambar!

Misalkan:

Keliling segitiga adalah k , maka $k = a + b + c$. Jika $s = \frac{1}{2}k$ maka $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$.

$AF = x$, $BD = y$, dan $CE = z$. Karena $AF = AE$, $BF = BD$, dan $CE = CD$ maka

$$\begin{aligned} k &= 2x + 2y + 2z \\ &= 2(x + y + z) \\ \frac{1}{2}k &= x + y + z \end{aligned}$$

Jadi, $s = x + y + z$

Akibatnya: $x = s - (y + z) = s - a$, $y = s - (x + z) = s - b$, dan $z = s - (x + y) = s - c$.

Perhatikan segitiga AOF.

$$\begin{aligned} \tan \angle FAO &= \frac{OF}{AF} \\ \tan \frac{1}{2}A &= \frac{r}{x} \\ &= \frac{r}{s-a} \end{aligned}$$

jadi, $r = (s-a) \tan \frac{1}{2}A$

Dengan cara yang sama, diperoleh rumus jari-jari lingkaran dalam segitiga ABC sebagai berikut:

$$\begin{aligned} r &= (s-a) \tan \frac{1}{2}A \\ r &= (s-b) \tan \frac{1}{2}B \\ r &= (s-c) \tan \frac{1}{2}C \end{aligned}$$

Karena $\tan \frac{1}{2}A = \frac{(s-b)(s-c)}{\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$,

$\tan \frac{1}{2}B = \frac{(s-a)(s-c)}{\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$, dan

$\tan \frac{1}{2}C = \frac{(s-a)(s-b)}{\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$ (Rumus Gauss)

Maka persamaan dapat dinyatakan sebagai:

$$r = \frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$$

Catatan: Jika persamaan diatas kita sederhanakan lagi, maka akan kita peroleh rumus yang telah kita kenal, yaitu $r = L/s$. Coba buktikan!

dengan $s = \frac{1}{2}$ Keliling segitiga dan a, b, c adalah panjang sisi-sisi segitiga.

www.matikzone.com
EtUtg2