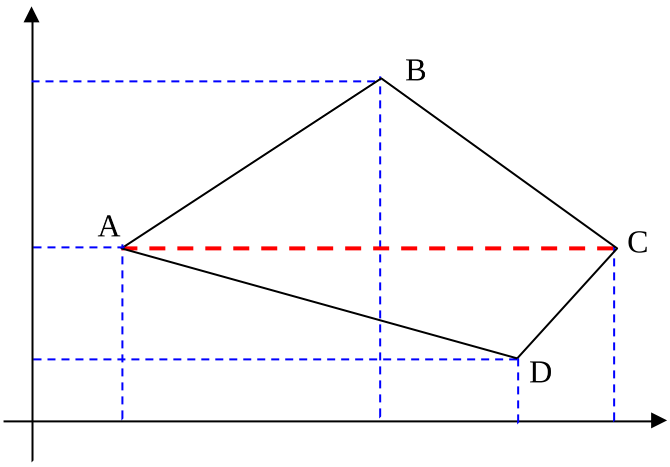
Luas Segi-4 pada Bidang Koordinat



Misalkan ABCD adalah segi-4 dengan titik sudut $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, dan $D(x_4, y_4)$.

⊗ Segi-4 ABCD terbagi menjadi 2 segitiga yaitu segitiga ABC dan segitiga ACD.

⊗ Luas segitiga ABC adalah:

$$L_{ABC} = \pm\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\left(x_1y_2 + x_3y_1 + x_2y_3 - x_3y_2 - x_1y_3 - x_2y_1\right)$$

⊗ Luas segitiga ACD adalah:

$$L_{ACD} = \pm\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & 1 \end{vmatrix} = \pm\frac{1}{2}\left(x_1y_3 + x_4y_1 + x_3y_4 - x_4y_3 - x_1y_4 - x_3y_1\right)$$

⊗ Luas segi-4 ABCD = Luas segitiga ABC + Luas segitiga ACD

$$L = L_{ABC} + L_{ACD}$$

$$= \frac{1}{2}\left(x_1y_2 + x_3y_1 + x_2y_3 - x_3y_2 - x_1y_3 - x_2y_1 + x_1y_3 + x_4y_1 + x_3y_4 - x_4y_3 - x_1y_4 - x_3y_1\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(x_1y_2 + x_2y_3 - x_3y_2 - x_2y_1 + x_4y_1 + x_3y_4 - x_4y_3 - x_1y_4\right)$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} x_1y_2 + x_2y_3 - x_3y_2 - x_2y_1 + x_4y_1 + x_3y_4 - x_4y_3 - x_1y_4 + x_1y_1 - x_1y_1 + \\ x_2y_2 - x_2y_2 + x_3y_3 - x_3y_3 + x_4y_4 - x_4y_4 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\begin{array}{l} (x_1y_2 - x_2y_1 + x_1y_1 - x_2y_2) + (x_2y_3 - x_3y_2 + x_2y_2 - x_3y_3) + \\ (x_3y_4 - x_4y_3 + x_3y_3 - x_4y_4) + (x_4y_1 - x_1y_4 + x_4y_4 - x_1y_1) \end{array} \right)$$

$$= \frac{1}{2}\left((x_1 - x_2)(y_1 + y_2) + (x_2 - x_3)(y_2 + y_3) + (x_3 - x_4)(y_3 + y_4) + (x_4 - x_1)(y_4 + y_1)\right)$$

Jadi, luas segi-4 dengan titik sudut $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, dan $D(x_4, y_4)$. adalah:

$$L = \pm\frac{1}{2}\left((x_1 - x_2)(y_1 + y_2) + (x_2 - x_3)(y_2 + y_3) + (x_3 - x_4)(y_3 + y_4) + (x_4 - x_1)(y_4 + y_1)\right)$$

cat:

* tanda $\pm$ menyesuaikan hasil perhitungan, dikarenakan nilai luas selalu positif.
* tidak berarti ada 2 nilai luas.