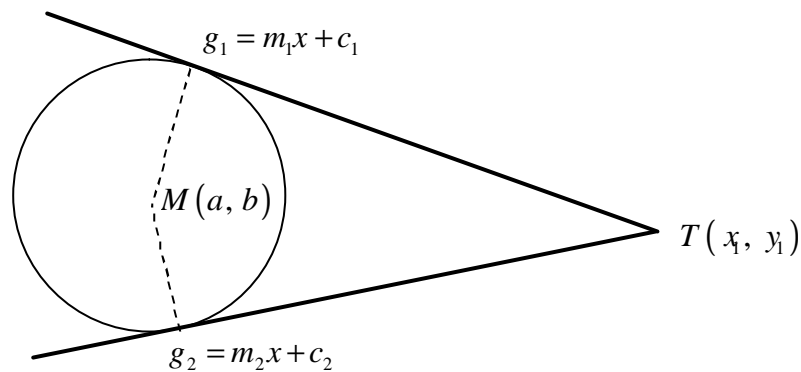


Gradien Garis Singgung Melalui Titik di Luar Lingkaran



Perhatikan gambar!

Misalkan persamaan garis singgung yang melalui titik \$T(x_1, y_1)\$ adalah

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Lantas berapakah nilai \$m\$? Kita dapat menentukannya dengan menggunakan persamaan garis singgung lingkaran \$L\$ dengan pusat \$(a, b)\$ dan jari-jari \$r\$, yaitu:

$$g \equiv y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{1 + m^2}$$

$$\frac{m\sqrt{a^2 + b^2} \pm r}{a + m\sqrt{a^2 + b^2} \pm r}$$

Titik \$T\$ dilalui garis \$g\$, maka

$$y_1 - b = m(x_1 - a) \pm r\sqrt{1 + m^2}$$

$$\Rightarrow (y_1 - b) - m(x_1 - a) = \pm r\sqrt{1 + m^2}$$

$$\Rightarrow [(y_1 - b) - m(x_1 - a)]^2 = [\pm r\sqrt{1 + m^2}]^2$$

$$\Rightarrow (y_1 - b)^2 + m^2(x_1 - a)^2 - 2(y_1 - b)(x_1 - a)m = r^2 + r^2m^2$$

$$\Rightarrow ((x_1 - a)^2 - r^2)m^2 - 2(y_1 - b)(x_1 - a)m + ((y_1 - b)^2 - r^2) = 0$$

Persamaan di atas adalah persamaan kuadrat dengan variabel m , maka dari itu m adalah akar-akarnya.

Sehingga,

$$\begin{aligned}
 m &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 &= \frac{2(y_1 - b)(x_1 - a) \pm \sqrt{2^2 (y_1 - b)^2 (x_1 - a)^2 - 4((x_1 - a)^2 - r^2)((y_1 - b)^2 - r^2)}}{2((x_1 - a)^2 - r^2)} \\
 &= \frac{2(y_1 - b)(x_1 - a) \pm 2\sqrt{(y_1 - b)^2 (x_1 - a)^2 - (y_1 - b)^2 (x_1 - a)^2 + r^2 (x_1 - a)^2 + r^2 (y_1 - b)^2 - r^4}}{2((x_1 - a)^2 - r^2)} \\
 &= \frac{(y_1 - b)(x_1 - a) \pm \sqrt{r^2 (x_1 - a)^2 + r^2 (y_1 - b)^2 - r^4}}{(x_1 - a)^2 - r^2} \\
 &= \frac{(y_1 - b)(x_1 - a) \pm r\sqrt{(y_1 - b)^2 + (x_1 - a)^2 - r^2}}{(x_1 - a)^2 - r^2}
 \end{aligned}$$

Persamaan garis singgung lingkaran dengan pusat $M(a, b)$, jari-jari r dan melalui titik $T(x_1, y_1)$ adalah $g \equiv y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{1 + m^2}$, dengan

$$m = \frac{(y_1 - b)(x_1 - a) \pm r\sqrt{(y_1 - b)^2 + (x_1 - a)^2 - r^2}}{(x_1 - a)^2 - r^2}$$

Catatan:

Rumus gradien ini TIDAK BERLAKU jika $x_1 = a \pm r$

Cek?? Tentukan persamaan garis singgung lingkaran berikut melalui titik yang ditentukan:

1. $x^2 + y^2 = 16$ melalui titik M(4, 8) atau titik N(-4, -3)
2. $(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 25$ dari titik S(2, 0) atau titik R(-8, 1)
3. $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ dari T(3, 7) atau titik K(1, -4)

Pembahasan lengkapnya, DOWNLOAD Persamaan garis singgung lingkaran melalui titik di luar lingkaran.