

Rumus (sifat2) Logaritma

Diantara rumus-rumus logaritma adalah:

1. Rumus logaritma adalah

$$a^y = x \Leftrightarrow {}^a\log x = y, \text{ dimana } a > 0, a \neq 1, \text{ dan } y > 0$$

Jika ${}^a\log x = y$ maka $a^y = a^{{}^a\log x} = x$.

sehingga kita dapatkan rumus berikut ini:

$$a^{{}^a\log x} = x$$

2. Untuk $a > 0, a \neq 1$, dan $x, y > 0$ berlaku sifat:

$${}^a\log xy = {}^a\log x + {}^a\log y$$

Bukti: misalkan $p = {}^a\log x \Leftrightarrow x = a^p$

$$q = {}^a\log y \Leftrightarrow y = a^q$$

Dengan menggunakan sifat pada perpangkatan, kita peroleh

$$\begin{aligned} xy &= a^p \cdot a^q \\ &= a^{p+q} \end{aligned}$$

$${}^a\log xy = {}^a\log x + {}^a\log y$$

Jika dikembalikan ke bentuk logaritma, maka akan diperoleh:

$$\begin{aligned} {}^a\log xy &= p + q \\ &= {}^a\log x + {}^a\log y \end{aligned}$$

3. Untuk $a > 0, a \neq 1$, dan $x, y > 0$ berlaku sifat:

$${}^a\log \frac{x}{y} = {}^a\log x - {}^a\log y$$

Bukti: misalkan $p = {}^a\log x \Leftrightarrow x = a^p$

$$q = {}^a\log y \Leftrightarrow y = a^q$$

Dengan menggunakan sifat pada perpangkatan, kita peroleh

$$\begin{aligned} \frac{x}{y} &= a^p : a^q \\ &= a^{p-q} \end{aligned}$$

Jika dikembalikan ke bentuk logaritma, maka akan diperoleh:

$$\begin{aligned} {}^a \log \frac{x}{y} &= p - q \\ &= {}^a \log x - {}^a \log y \end{aligned}$$

4. Untuk $a > 0$, $a \neq 1$, dan $x > 0$, berlaku sifat:

$${}^a \log x^n = n {}^a \log x$$

Bukti: Dengan menggunakan sifat perpangkatan dan sifat logaritma perkalian kita dapatkan:

$$\begin{aligned} {}^a \log x^n &= {}^a \log \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdots x}_{n \text{ faktor}} \\ &= \underbrace{{}^a \log x + {}^a \log x + \cdots + {}^a \log x}_{n \text{ suku}} \\ &= n {}^a \log x \end{aligned}$$

5. Untuk $p, a > 0$; $p, a \neq 1$, dan $x > 0$, berlaku sifat:

$${}^a \log x = \frac{{}^p \log x}{{}^p \log a}$$

Bukti:

Misalkan ${}^a \log x = m$ maka:

$$a^m = x$$

$${}^p \log a^m = {}^p \log x$$

$$m {}^p \log a = {}^p \log x$$

$$m = \frac{{}^p \log x}{{}^p \log a}$$

$$\text{Jadi, } {}^a \log x = \frac{{}^p \log x}{{}^p \log a}$$

www.matikzone.com
tikzone
matikzone

6. Untuk $a, b > 0$; $a, b \neq 1$, dan $x > 0$, berlaku sifat:

$${}^a \log b \cdot {}^b \log x = {}^a \log x$$

Bukti:

$$\begin{aligned} {}^a \log b \cdot {}^b \log x &= \frac{{}^p \log b}{{}^p \log a} \cdot \frac{{}^p \log x}{{}^p \log b} \\ &= \frac{{}^p \log x}{{}^p \log a} \\ &= {}^a \log x \end{aligned}$$

7. Dalam logaritma berlaku sifat:

$${}^{a^m} \log x^n = \frac{n}{m} \cdot {}^a \log x$$

Bukti:

$${}^{a^m} \log x^n = n \cdot {}^{a^m} \log x \quad \dots\dots\dots(1)$$

Misalkan, ${}^{a^m} \log x = p$ maka

$$({}^{a^m})^p = x$$

$$a^p = x^{\frac{1}{m}}$$

$${}^a \log a^p = {}^a \log x^{\frac{1}{m}}$$

$$p = \frac{1}{m} {}^a \log x$$

$${}^{a^m} \log x = \frac{1}{m} {}^a \log x \quad \dots\dots\dots(2)$$

Dari (1) dan (2) diperoleh:

$$\begin{aligned} {}^{a^m} \log x^n &= n \cdot \frac{1}{m} {}^a \log x \\ &= \frac{n}{m} {}^a \log x \end{aligned}$$

www.matikzone.com

www.matikzone.com

www.matikzone.com