Rumus Sisa Pembagian Polinom dengan (x – a)(x – b)

Cara Subtitusi

Suku banyak $F(x)$ dibagi oleh $(x-a)(x-b)$ mempunyai hasil bagi $H(x)$ dan sisa $S(x)=px+q$.
Persamaan pembagiannya adalah $F(x)=(x-a)(x-b)\cdot H(x)+(px+q)$
Untuk $x=a \Rightarrow F(a)=ap+q$ 1
Untuk $x=b \Rightarrow F(b)=bp+q$ 2

Dari 1 dan 2 akan diperoleh nilai p dan q dalam a, b, $F(a)$, dan $F(b)$

$$\begin{aligned}F(a)&=ap+q\\F(b)&=bp+q\quad -\\\hline F(a)-F(b)&=ap-bp\\F(a)-F(b)&=(a-b)p\\p&=\frac{F(a)-F(b)}{(a-b)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F(a)&=ap+q\\q&=F(a)-ap\\&=F(a)-a\left(\frac{F(a)-F(b)}{a-b}\right)\\&=\frac{F(a)(a-b)-aF(a)+aF(b)}{a-b}\\&=\frac{aF(a)-bF(a)-aF(a)+aF(b)}{a-b}\\&=\frac{aF(b)-bF(a)}{a-b}\end{aligned}$$

Jadi,

$$\boxed{S(x)=\frac{F(a)-F(b)}{a-b}\cdot x+\frac{aF(b)-bF(a)}{a-b}}$$

Atau

$$\begin{aligned}S(x)&=\frac{F(a)-F(b)}{a-b}\cdot x+\frac{aF(b)-bF(a)}{a-b}\\&=\frac{xF(a)-xF(b)}{a-b}+\frac{aF(b)-bF(a)}{a-b}\\&=\frac{xF(a)-xF(b)+aF(b)-bF(a)}{a-b}\\&=\frac{xF(a)-bF(a)-xF(b)+aF(b)}{a-b}\\&=\frac{(x-b)F(a)-(x-a)F(b)}{a-b}\\&=\frac{(x-b)F(a)}{a-b}+\frac{-(x-a)F(b)}{a-b}\\&=\left(\frac{x-b}{a-b}\right)\cdot F(a)+\left(\frac{x-a}{b-a}\right)\cdot F(b)\end{aligned}$$

Jadi,

$$\boxed{S(x)=\left(\frac{x-b}{a-b}\right)\cdot F(a)+\left(\frac{x-a}{b-a}\right)\cdot F(b)}$$

Cara Pembagian Horner

Misalkan suku banyak $F(x)$ dibagi oleh $(x-a)(x-b)$, dimana $(x-a)$ sebagai pembagi pertama ($P_1(x)$) dan $(x-b)$ sebagai pembagi kedua ($P_2(x)$). Maka:

$F(x)$ dibagi $P_1(x)=(x-a)$ menghasilkan $H_1(x)$ dan sisa S_1, diperoleh $F(x)=P_1(x)\cdot H_1(x)+S_1$
$H_1(x)$ dibagi $P_2(x)=(x-b)$ menghasilkan $H_2(x)$ dan sisa S_2, diperoleh $H_1(x)=P_2(x)\cdot H_2(x)+S_2$

Sehingga,

$$
\begin{aligned}
F(x) &= P_1(x)\cdot H_1(x)+S_1 \\
&= P_1(x)[P_2(x)\cdot H_2(x)+S_2]+S_1 \\
&= P_1(x)\cdot P_2(x)\cdot H_2(x)+[P_1(x)\cdot S_2+S_1]
\end{aligned}
$$

Jadi sisa $\boxed{S(x)=P_1(x)\cdot S_2+S_1}$

Ilustrasi

$F(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+a_{n-2}x^{n-2}+.....+a_1x+a_0$ dibagi oleh $P(x)=(x-a)(x-b)$ dengan cara Horner

$$
\begin{array}{c|l}
a & a_n \quad a_{n-1} \quad \cdots\cdot \quad a_1 \quad a_0 \\
 & \qquad \cdots\cdot \quad \cdots\cdot \quad \cdots\cdot \\
\hline
b & \underbrace{a_n \quad \cdots\cdot \quad \cdots\cdot \quad \cdots\cdot}_{\text{Koef. } H_1(x)} \quad S_1 \\
 & \qquad \cdots\cdot \quad \cdots\cdot \quad \cdots\cdot \\
\hline
 & \underbrace{a_n \quad \cdots\cdot \quad \cdots\cdot}_{\text{Koef. } H_2(x)} \quad S_2
\end{array}
$$

Pembagian F(x) oleh (x – a)

Pembagian H$_1$(x) oleh (x – b)