

## Turunan Fungsi Eksponen

$f(x) = a^x$  disebut fungsi eksponen. Turunan dari fungsi  $f(x) = a^x$  adalah  $f'(x) = a^x \ln a$ . Dalam teori, bilangan  $e$  adalah pokok bilangan logaritma alam. Dengan kata lain, logaritma dengan dasar bilangan  $e$  disebut Logaritma Natural. Ditulis dengan lambang "ln".

Jadi,  ${}^e \log a = \ln a$ ,  ${}^e \log x = \ln x$ ,  ${}^e \log e = \ln e = 1$

Untuk  $f(x) = 2^x$ , turunannya  $f'(x) = 2^x \ln 2$

Fungsi eksponen dengan bilangan pokok  $e$ , yaitu  $f(x) = e^x$  atau  $y = e^x$ .

Dalam bentuk ln, diperoleh  $\ln y = \ln e^x$  atau  $x = \ln y$ .

$$\begin{aligned} \text{Turunannya: } \frac{dx}{dy} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(y+h) - \ln y}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln\left(\frac{y+h}{y}\right)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \ln\left(1 + \frac{h}{y}\right)^{\frac{1}{h}} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln\left(1 + \frac{h}{y}\right)^{\frac{y}{h}}}{y} = \frac{\ln e}{y} = \frac{1}{y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dy} = \frac{1}{y}, \text{ kalikan dengan } \frac{dy}{dx}, \text{ diperoleh } \frac{dx}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} &= \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} \Rightarrow 1 = \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} \\ &\Rightarrow \frac{dy}{dx} = y = e^x \end{aligned}$$

Jadi, jika  $f(x) = e^x$  maka turunannya  $f'(x) = e^x$ .

## Turunan Fungsi Eksponen $f(x) = e^{ax+b}$ .

Berdasarkan aturan rantai  $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$  atau  $\frac{df}{dx} = \frac{df}{du} \cdot \frac{du}{dx}$  dan  $u = ax + b$  maka

- $f(x) = e^u \Rightarrow f'(u) = \frac{df}{du} = e^u$
- $u = ax + b \Rightarrow u' = \frac{du}{dx} = a$
- $f'(x) = \frac{df}{dx} = \frac{df}{du} \cdot \frac{du}{dx} = e^u \cdot a = ae^u = ae^{ax+b}$

jadi, jika  $f(x) = e^{ax+b}$  maka  $f'(x) = ae^{ax+b}$

dengan cara yang sama akan kita peroleh:

$$f(x) = e^{g(x)} \Rightarrow f'(x) = g'(x)e^{g(x)}$$

Catatan:

$e$  adalah suatu limit yang didefinisikan sebagai:

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n. \text{ Nilainya} = 2,718281824459\dots$$

pada bahasan di atas, jika  $\frac{y}{h} = n$  maka  $\frac{h}{y} = \frac{1}{n}$  dan jika  $h \rightarrow 0$  maka  $\frac{y}{h} = n \rightarrow \infty$